



## Magische Quadrate (Lösung)

Ziffy, der Zahlenzauberer

---

1. Vervollständigt das folgende  $5 \times 5$ -Quadrat zu einem magischen Quadrat der Summe **100**:

24	31	8	15	22
30	12	14	21	23
11	13	20	27	29
17	19	26	28	10
18	25	32	9	16

Zum Lösungsweg: Wir erreichen leicht den folgenden Stand:

24	$a$	8	15	$b$
30	12	14	21	23
11	13	20	27	29
17	$c$	26	28	$d$
18	25	32	9	16

mit noch unbekanntenen Werten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$ .

Wir wissen, dass  $c = 100 - 12 - 13 - 25 - a = 50 - a$  (2. Spalte) ist. Für  $d$  gilt außerdem  $d = 100 - 23 - 29 - 16 - b = 32 - b$  (5. Spalte). Aus der ersten Zeile erhalten wir  $100 = 24 + a + 8 + 15 + b = 47 + a + b$  bzw.  $b = 53 - a$ . Das setzen wir nun alles in die Nebendiagonale ein:

$$\begin{aligned} 100 &= b + 21 + 20 + c + 18 \\ &= (53 - a) + 21 + 20 + (50 - a) + 18 \\ &= 162 - 2 \cdot a. \end{aligned}$$

Daraus folgt dann  $2 \cdot a = 62$  oder  $a = 31$ .



Ziffy, der Zahlenzauberer

---

2. Wir gehen von dem magischen Quadrat zur Summe **15** aus und addieren die Zauberzahl.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

- a) Zauberzahl ist  $(57 - 15) : 3 = 42 : 3 = 14$ . Wir erhalten:

22	15	20
17	19	21
18	23	16

- b) Zauberzahl ist  $(102 - 15) : 3 = 87 : 3 = 29$ . Wir erhalten:

37	30	35
32	34	36
33	38	31

- c) Zauberzahl ist  $(87 - 15) : 3 = 72 : 3 = 24$ . Wir erhalten:

32	25	30
27	29	31
28	33	26

3. Ein magisches Quadrat der Summe **177**, so dass alle Einträge Primzahlen sind:

17	89	71
113	59	5
47	29	101

Zum Vorgehen: Um die erste Zeile zu füllen, suchen wir zwei Primzahlen  $a$  und  $b$  mit  $a + b + 71 = 177$ , also  $a + b = 106$ :



Ziffy, der Zahlenzauberer

---

$a$	$b$	71
	$c$	
	29	

Für  $b$  gibt es dann 11 Möglichkeiten, nämlich

$$b \in \{3, 5, 17, 23, 47, 53, 59, 83, 89, 101, 103\}$$

Außerdem muss dann  $c = 177 - 29 - b = 148 - b$  auch eine Primzahl sein. Das gilt nur für  $b \in \{17, 47, 58, 89\}$ . Jetzt können wir alle vier Möglichkeiten durchprobieren und sehen, dass nur  $b = 89$  ausschließlich auf Primzahlen führt.