

Ziffy, der Zahlenzauberer

1. Die vollständige Zahlenkette lautet:

$$3-2-2-4-8-10-8-6-4-6-6-8$$

 $8-12-4-6-8$.

Sie ergibt die folgende Kette von Primzahlen 3-5-7-11-19-29-37-43-47-53-59-67-79-83-89-97.

- 2. Bis auf die Zahl $\mathbf 2$ sind alle Primzahlen ungerade. Da die Summe zweier ungerader Zahlen immer gerade ist, muss einer der beiden Zahlen x oder y gleich $\mathbf 2$ sein. Nehmen wir an, dass x=2 ist. Dann gilt y+z=100-2=98. Für diese Gleichung finden wir die Lösungen y=37, z=61 und y=31, z=67 und y=19 und z=79 (oder y=61, z=37 und y=67, z=31 und y=79 und z=19). Davon erfüllt nur die Lösung y=19 und z=79 die Nebenbedingung, dass z größer als z=70 ist.
- 3. Die einzige andere Zahl kleiner als 50 ist die Zahl 39. Es gilt $39 = 3 \cdot 13$ und 39 = 3 + 5 + 7 + 11 + 13.
- 4. Wir haben folgende Primzahlzwillinge (3,5), (5,7), (11,13), (17,19), (29,31), (41,43), (59,61), (71,73).
- 5. Weil einer der Zahlen p, p+2, p+4 durch 3 teilbar sein muss. Wenn p prim und p nicht gleich 3 ist, kann p nicht durch 3 teilbar sein. Also ist der Rest beim Teilen durch 3 nicht 0.

Nehmen wir nun an, dass der Rest von p bei Division durch 3 gleich 1 ist. Dann erhalten wir eine durch 3 teilbare Zahl, wenn wir 2 dazuzählen, also ist p+2 durch 3 teilbar.

Wenn hingegen der Rest von p bei der Division durch 3 gleich 2 ist, ist die Zahl p+4 durch 3 teilbar.